

## 第5章 空间标量场可视化

# 空间数据

- 空间数据(Spatial Data)指带有物理空间坐标的数据
  - 其中标量场(Scalar Fields, 密度场)指空间采样位置上记录单个标量的数据场 [唐泽圣2011]
- 本章将讨论范围限定在一维、二维和三维真实物理空间的标量场数据, 其数据对象大多来源于科学计算和实验探测
- 当空间数据特指真实的地球地理空间位置时, 需要采用特定的地理信息可视化的方法

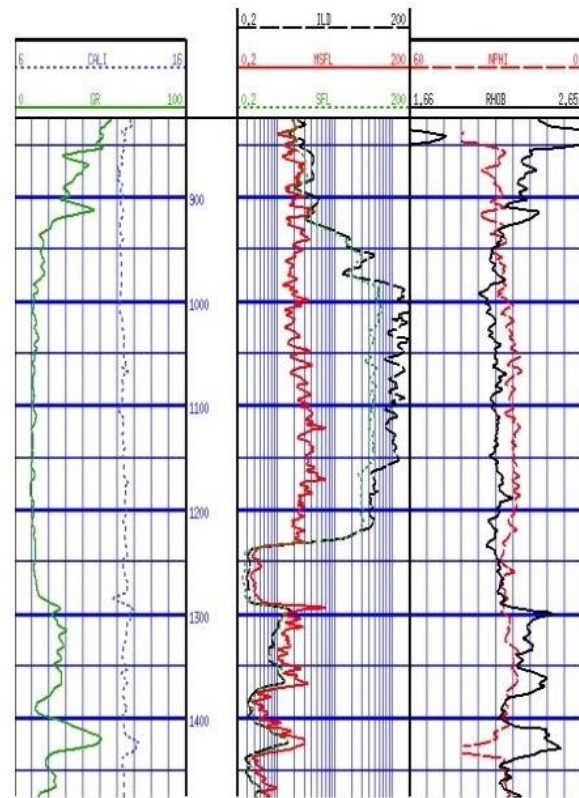
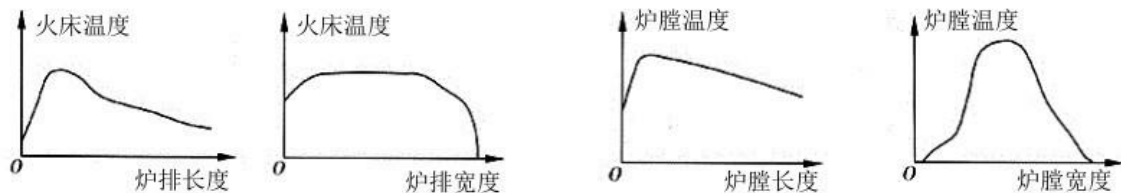
# 1 一维标量场可视化

# 一维空间标量场

- 一维空间标量场：沿着空间中某条路径采样得到的标量场数据
  - 对土层钻探时获取的土壤颗粒度数值、沿某个经度的气压数值、燃烧炉沿内壁的温度分布等
- 一维空间标量场数据通常可表达为一维函数
  - 定义域：空间路径位置或空间坐标的参数化变量
  - 值域：不同的物理属性
  - 如温度、湿度、气压、波长、亮度和电压漂移等
- 数据采集时可能无法获取整个连续定义域内的数值，可能需要采用插值算法重建相邻离散数据点之间的信号

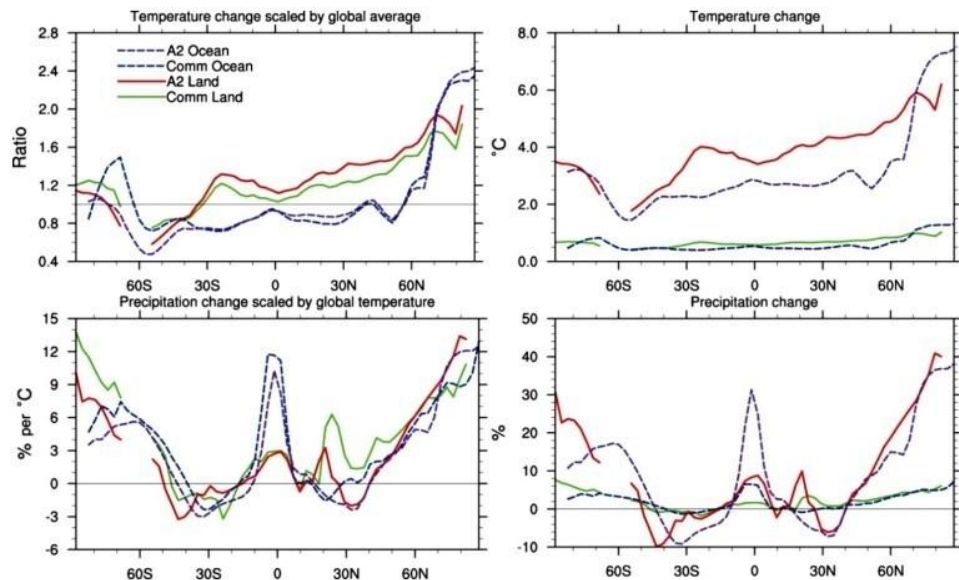
## 一维空间标量场可视化

### ➤ 线图(Line Chart)的形式呈现数据分布规律



# 多数值

- 多属性时，可以采用不同的可视化方法表达多值域数据。
- 如果值域数据具有相同的物理属性，不同颜色和线条在同一个图中对比
- 如果值域数据的物理属性不同，多个子图的形式来可视化不同的属性



## 2 二维标量场可视化

# 二维数据

- 医学影像数据

- 地理学数据

- 方法

  - 颜色映射法

  - 等值线提取法

  - 高度映射法

  - 标记法

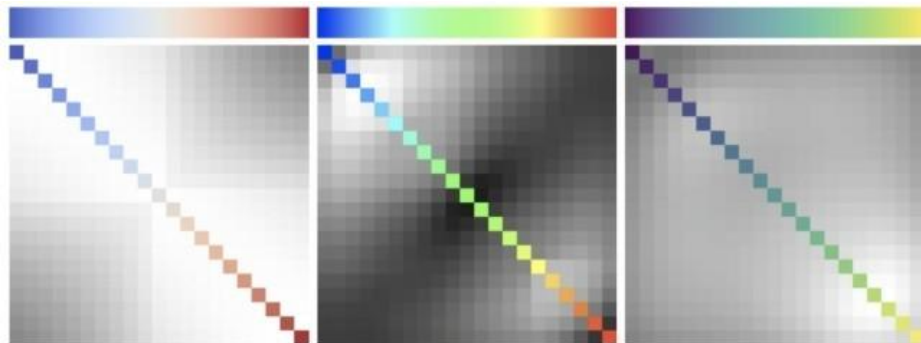
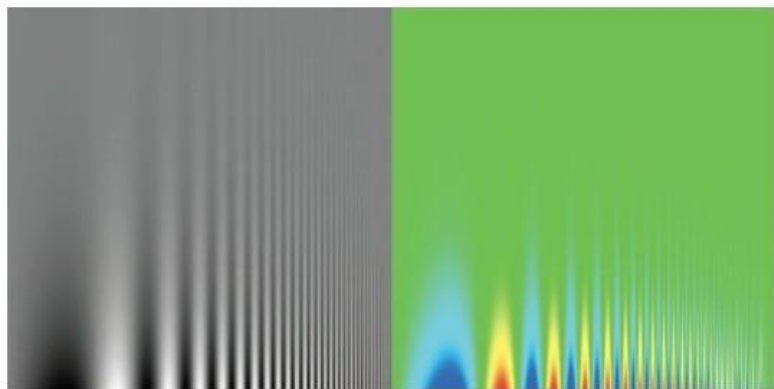
# 颜色映射法

- 颜色映射(Color Mapping), 将每一标量值与一种颜色相对应, 构建一张以标量值作为索引的颜色映射表。建立颜色映射表
  - 灰度映射和彩色映射
  - 将标量数据转换为颜色表的索引值
  - ColorBrewer (<http://colorbrewer2.org/>)
- 颜色映射 - 传输函数设计



# 颜色映射表

- 不合理的映射方案将会影响特征的感知，甚至产生错误的信息

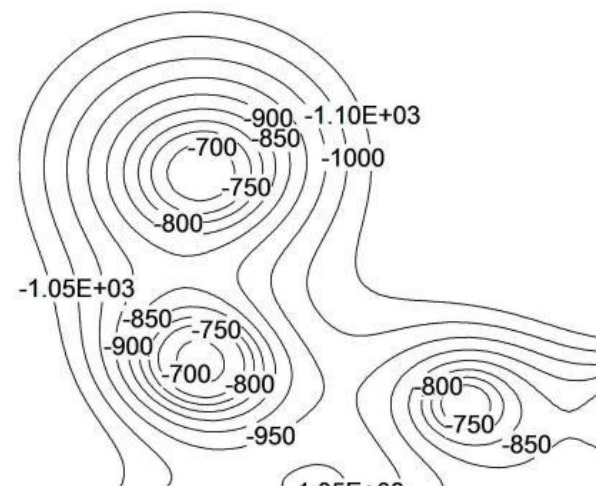
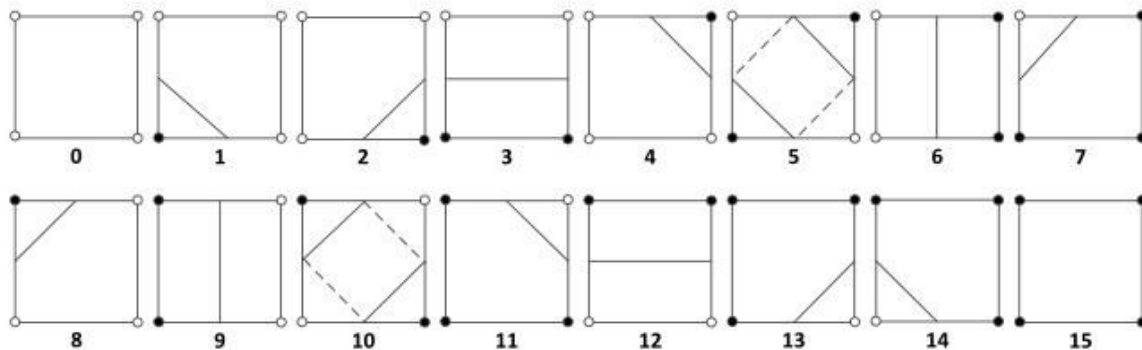


# 等值线

- 等值线是可视化二维空间标量场的基本方法
  - 如地图上的等高线、天气预报中的等压线和等温线等
- 假设 $f(x, y)$ 是在点 $(x, y)$ 处的数值，等值线是在二维空间标量场中满足 $f(x, y) = c$ 的空间点集按一定顺序连接而成的线
- 移动四边形法(Marching Squares)的基本思想
  - 逐个处理二维空间标量场的网格单元，插值计算等值线与该网格单元边的交点，根据网格单元上每个顶点与等值线的相对位置，按一定顺序连接这些交点，生成等值线

# Marching Squares

- 二义性：若网格单元的顶点只有“大于等于给定间值”和“小于给定间值”中情况5和10存在实线和虚线两种连接方式
  - 二义性的连接方式依赖于相邻的网格单元，选择继续向前或被截断的连接方式



# 高度映射法

- 高度通常用于编码测量到的数据
- 实例
  - 美国人口图中，高度用于编码人口数量

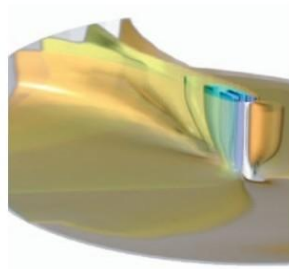
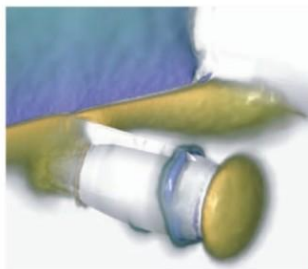
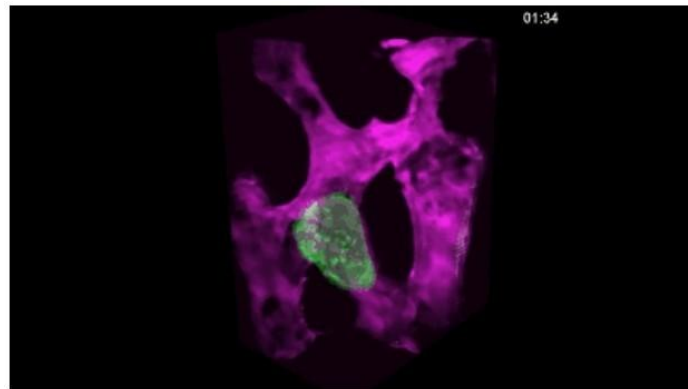
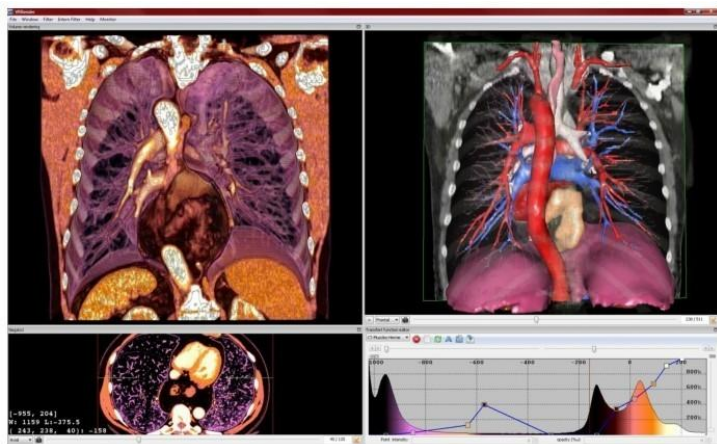


### 3 三维标量场数据可视化

# 三维数据场(3D Data Fields)

- 三维数据场是指分布在三维物理空间，记录三维空间场的物理化学等属性及其演化规律的数据场
- 获取方式分为两类：设备采集获取和计算模拟
  - 如医学诊断设备CT、MRI、PET等采集的三维影像，生物冷冻电镜、光学显微镜等采集的三维细胞影像
  - 气象飓风仿真模拟产生的温度、气压、湿度数据，以及湍流仿真模拟产生的速度、浓度等数据
- 三维数据场本质是一个对连续信号采样形成的离散数据场，采样点数据类型分为
  - 标量(Scalar，例如强度、温度)
  - 矢量/向量(Vector，例如风向、流向)
  - 张量(Tensor，例如压力)三大类

# 三维数据场

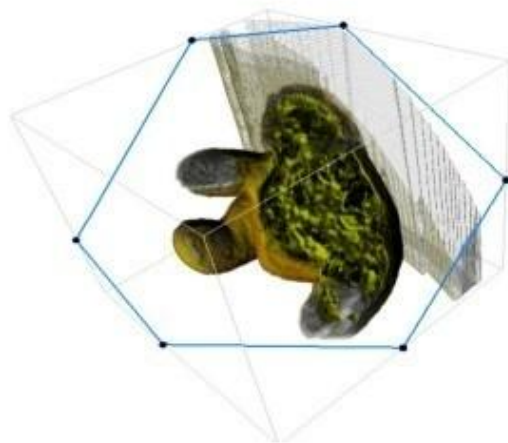
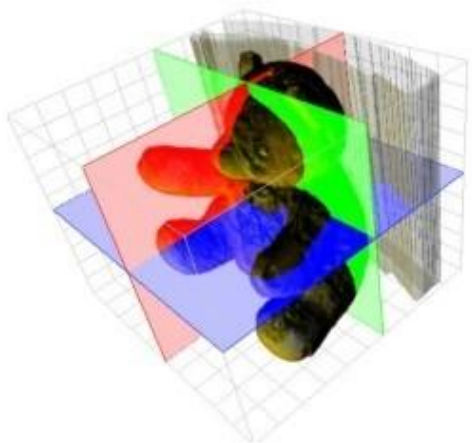


# 三维标量场数据可视化方法

- 三维标量场数据最常用的三类可视化方法
  - 截面可视化(Volume Clipping)
  - 间接体绘制(Indirect Volume Rendering)
  - 直接体绘制(Direct Volume Rendering,DVR)

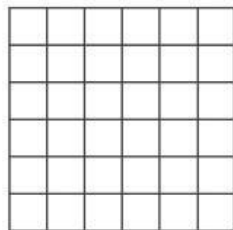
# 绘制方法

- 采用二维截面对数据取样。截面可以是任意方向的平面、曲面甚至多个曲面
- 间接体绘制和直接体绘制统称为体绘制(Volume Rendering)
  - 是探索、浏览和展示三维标量场数据最常用且最重要的可视化技术
  - 支持用户直观方便地理解三维空间场内部感兴趣的区域和信息

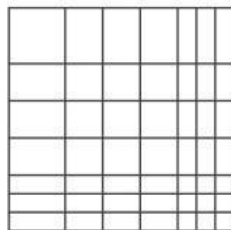


# 空间网格形式

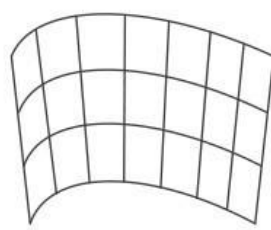
- ▶ 按照三维数据场的采样组织方式划分，三维数据场可分为有网格和无网格两类
  - ▶ 有网格采用拓扑几何网格(即空间网格)刻画数据场采样的方式、采样点的位置、采样间距、采样精度和采样粒度，并在各采样点或采样区间上记录数据场的值
  - ▶ 无网格只记录数据场的采样点的位置和数值，称为无网格数据场。无网格数据场通常在空间采样分布不均匀
- ▶ 按照网格形态划分，采样空间网格可分为
  - ▶ 均匀网格(Cubic)、矩形网格(Rectilinear)、曲线网格(Curvilinear)、不规则网格(Unstructured/Irregular)等



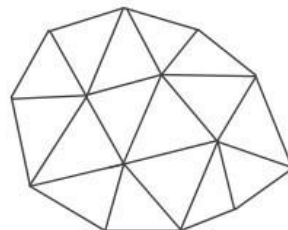
均匀网格 (Cubic)



矩形网格 (Rectilinear)



曲线网格 (Curvilinear)



不规则网格 (Unstructured)

# 规则网格

- ▶ 均匀网格、非均匀网格和曲线网格统称为规则网格(Regular Mesh)
  - ▶ 将空间剖分成规则排列的采样单元，每个单元称为体素(Voxel)
  - ▶ 构建在规则网格上的数据场称为规则体数据(Regular Volumetric Data)
- ▶ 规则体数据通常以三维数组形式存储和表示，体素之间的拓扑连接关系被隐式地定义在三维数组中
  - ▶ 三维数组中 $(i,j,k)$ 索引上的体素在X方向上相邻的体素为 $(i,j,k-1)$ 和 $(i,j,k+1)$ 索引上的体素

# 空间网格采样方式

- 空间网格采样方式决定了原始三维连续信号离散化表示的准确性
- 在信号处理领域，最优采样理论指给定采样点数目时，确定采样点的位置，构成连续信号最准确的离散表示，以便获得连续信号中最大的信息量
- 点阵(Lattice)可以看成是周期性的采样模式，每个采样点具有相同的Voronoi单元(Cell)

# 采样方式

## ➤ 笛卡尔点阵采样点

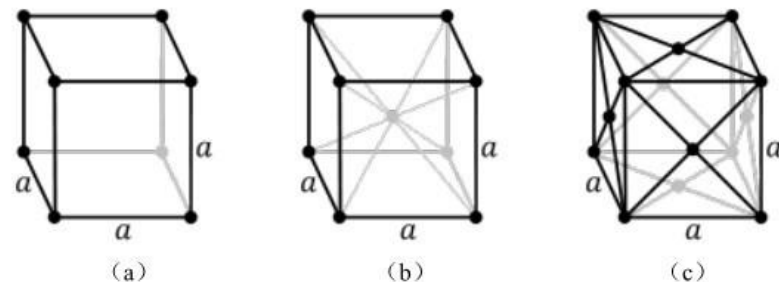
- 位于立方体单元的顶点上，共8个采样点
- 其Voronoi单元是一个立方体。由于自身对偶性，笛卡尔点阵的采样点可以理解为在立方体单元的中心，与周围邻域6个采样点连接

## ➤ 体中心立方点阵

- 采样点位于立方体单元的顶点和体中心上，共9个采样点
- 其Voronoi单元是截断的八面体(Truncated Octahedron)。体中心立方点阵的对偶形式是面中心立方点阵
- Theußl等人 [Theußl2001]验证了在基本相同采样点数目下，体中心立方点阵采样优于笛卡尔点阵采样。

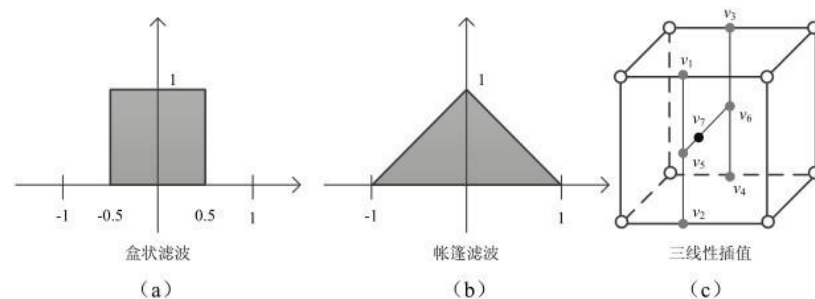
## ➤ 面中心立方点阵

- 采样点位于立方体单元的顶点和面中心上，共14个采样点
- Gauß证明了采用面中心立方点阵方式装球(Sphere Packing)可以获得最稠密的装球结果
- 当采样频率没有明显低于Nyquist采样极限时，体中心立方点阵优于面中心立方点阵；而当原始信号采样严重不足时，简单点阵的预走样差最小



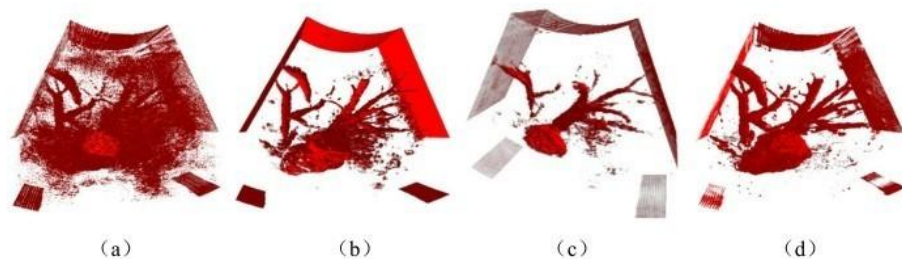
# 离散采样重建

- Nyquist Shannon采样理论：离散数据场的采样频率需要大于2倍的截止频率(信号最高频率)，才能保证离散数据场可重构出原始的连续数据场
- 截止频率在三维空间上存在变化，自适应网格能够高效地采样连续数据场
- 理想的重构函数是sinc函数，其在空间域上无限延伸
- 在规则三维标量场可视化中，三线性插值(Trilinear Interpolation)是一种帐篷状滤波，涉及插值点邻域周围的8个体素数据值
- 采用高阶插值方法可重构出更准确的数据值和计算高质量的偏导数，但也增加了计算量
  - 基数三次样条(Cardinal Cubic Splines)滤波函数
  - 三次B样条滤波(Cubic B-spline Filter)具有较高的重构质量，又能在图形硬件上快速实现，是较为常用的重构方法



# 离散采样重建

- 如果采样频率并不满足Nyquist-Shannon采样理论，或原始的连续三维信号并不是有限带宽信号
  - 无法重构出原始的连续三维数据场，可视化结果存在一定的走样情况，即不确定性
- 压缩感知(Compressed Sensing)通过分析信号的稀疏性，可以在远小于Nyquist-Shannon采样率的条件下，采用随机采样获得离散数据场，应用非线性重建算法完美地重建原始的三维连续数据场
- 保特征的去噪是离散采样重建的重要步骤之一



# 离散采样压缩

- 三维数据场中高频信号通常存在于局部空间范围内，其余部分数值变化平缓。通过压缩低频部分获得数据的压缩表达形式
  - 典型的方法有小波变换(Wavelet Transform)、矢量量化(Vector Quantization)和变换编码(Transform Coding)[Fout2007]等
- 压缩算法通常先将体数据分块，再对每一小块分别进行压缩，保证较高的压缩率
- 矢量量化
  - 指将 $n$ 维向量映射为码本(Codebook)中的索引值，其中码本中的每个索引对应长度为 $n$ 的矢量。矢量量化的关键是码本应该尽可能重构出原始输入向量，且其大小远远小于所有输入向量大小之和。
- 基于压缩的直接体绘制方法
  - 数据压缩可以离线计算高质量压缩结果，但基于压缩数据的绘制需要快速且空间无关的解压缩算法

# 空间数据特征计算

- 三维标量场可采用离散微分几何方法，计算与空间几何相关的特征信息
  - 如梯度、拉普拉斯算子、曲率等
  - 提取形状相关的特征线，并通过特征增强的方法抽象地展示特征的几何、拓扑和形状信息

# 梯度

- 一阶导数，有效刻画体素邻域数据值的变化情况，从而获得三维数据场中的边界区域[Kniss2001][Kniss2002]。
- 标量 $f(x, y, z)$ 在点 $(x, y, z)$ 处的梯度和偏导数

$$\nabla f = \nabla f(x, y, z) = \left[ \frac{\partial}{\partial x} f, \frac{\partial}{\partial y} f, \frac{\partial}{\partial z} f \right]^T$$

- 数值计算时，梯度通常采用中心差分法(Central Differences Method)计算

$$f_x(x, y, z) = (f(x + 1, y, z) - f(x - 1, y, z))/2$$

$$f_y(x, y, z) = (f(x, y + 1, z) - f(x, y - 1, z))/2$$

$$f_z(x, y, z) = (f(x, y, z + 1) - f(x, y, z - 1))/2$$

一阶方向导数定义为 $D_V f = \nabla f \cdot V$ , 梯度模为沿梯度方向:  $\hat{\nabla} f = \nabla f / \|\nabla f\|$  的一阶导数

$$D_{\hat{\nabla} f} f = \nabla f \cdot \hat{\nabla} f = \nabla f \cdot \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} = \|\nabla f\|$$

# 梯度

- 梯度模  $\|\nabla f\| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}$
- 对于多变量标量场，梯度通过计算每一变量的偏导数，得到一阶导数矩阵  $Df$ ,  $3 \times 3$  张量矩阵  $(Df)^T Df$  反映了方向相关的梯度变化情况
- 二阶导数描述了梯度模在空间上的变化情况
  - 三维标量场可视化主要采用沿梯度方向的二阶导数

$$D_{\widehat{\nabla f}}^2 f = D_{\widehat{\nabla f}}(\|\nabla f\|) = \nabla(\|\nabla f\|) \cdot \widehat{\nabla f} = \frac{1}{\|\nabla f\|} \nabla(\|\nabla f\|) \cdot \nabla f$$

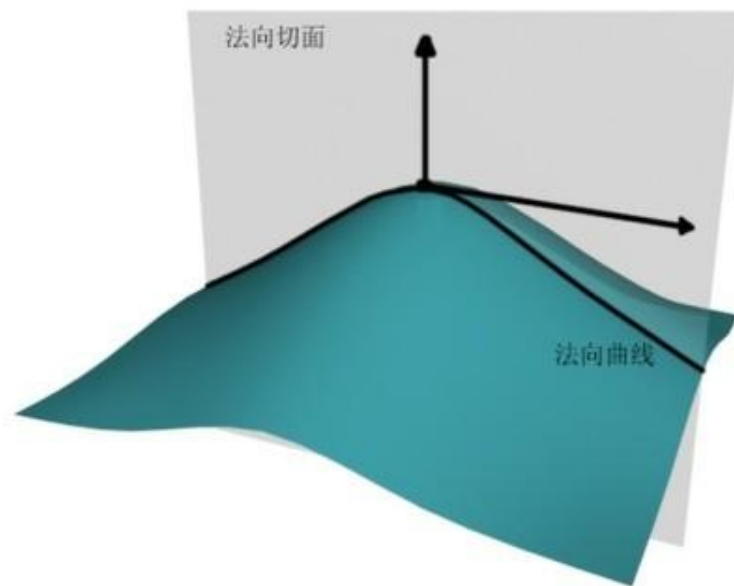
- 应用泰勒公式，计算沿梯度方向的二阶导数:  $D_{\widehat{\nabla f}}^2 f = \frac{1}{\|\nabla f\|^2} (\nabla f)^T H f \nabla f$ 。其中， $Hf$  为三维标量场的

Hessian矩阵，即  $3 \times 3$  二阶偏导数矩阵  $Hf =$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

# 二阶导数

- 数值计算时，沿梯度方向的二阶导数通常采用 Laplacian  $\nabla^2$  近似计算
- $D_{\nabla f}^2 f \approx \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ 
  - 与前两种方法相比，Laplacian 计算简单高效，且保证足够的精度
- 曲率描述表面邻域法向的变化情况，刻画了表面的凹凸形状和表面变化缓急程度
  - 曲线上点p的曲率是拟合点p局部曲线最佳圆的半径倒数
  - 对于曲面点p，经过该点和其法向的法平面 (Normal Plane) 与曲面相交得到一条法向曲线，计算点p在这条法向曲线上的曲率，该曲率称为法向曲率 (Normal Curvature)



# 曲面

## ➤ 曲面被隐式地定义在空间数据中

➤ 曲面法向 $\mathbf{n}$ 是梯度的反方向 $\mathbf{n} = -\widehat{\nabla f}$

➤ 曲率信息定义在法向导数矩阵中，经过微分几何扩展简化得到： $\nabla \mathbf{n}^T = -\frac{1}{\|\nabla f\|}(\mathbf{I} - \mathbf{n}\mathbf{n}^T)\mathbf{H}f$ 其中， $\mathbf{I}$ 为单位矩阵， $\mathbf{H}f$ 为三维标量场的Hessian矩阵

## ➤ 几何张量(Geometry Tensor)矩阵 $\mathbf{G}$ 定义为 $\mathbf{G} = \nabla \mathbf{n}^T(\mathbf{I} - \mathbf{n}\mathbf{n}^T)$

➤ 表面主曲率的 $k_1$ 和 $k_2$ 可以通过几何张量矩阵 $\mathbf{G}$ 的秩 $T$ 和Frobenius范式 $F = \sqrt{\text{trace}(\mathbf{G}\mathbf{G}^T)}$ 计算得

$$\text{到: } k_1 = \frac{T + \sqrt{2F^2 - T^2}}{2}, k_2 = \frac{T - \sqrt{2F^2 - T^2}}{2}$$

➤ 表面主曲率的 $k_1$ 和 $k_2$ 对应的曲率方向和法向构成了局部正交基向量。除了表面主曲率，平均曲率 $(k_1 + k_2)/2$ 和高斯曲率 $k_1 k_2$ 也常常用在三维标量场可视化中

# 曲线特征

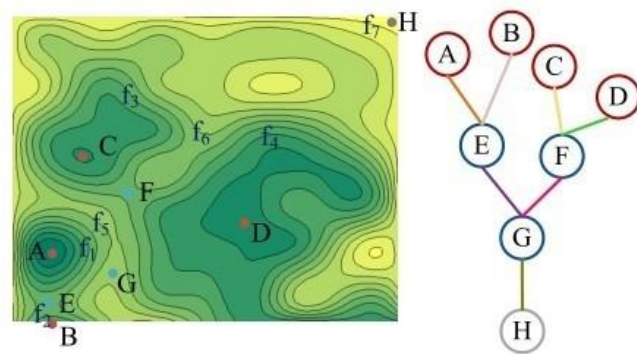
## ➤ 曲线空间特征可用于标量场可视化中的数据分类和特征感知增强显示

- 第一类，只与数据场有关，如折痕线、脊线(Ridge)和谷线(Valley)
- 第二类，与数据场和视点都相关，如轮廓线和提示轮廓线。在不同视点下，观察到的特征线可能存在较大差异



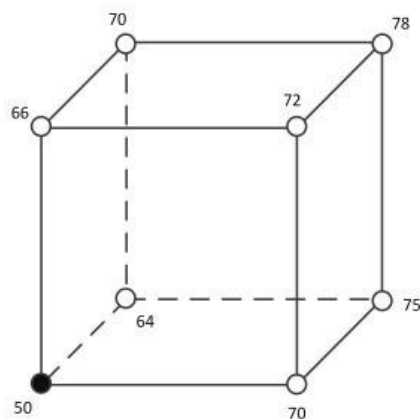
# 拓扑(Topology)结构

- 拓扑结构是三维标量场的一种有效的抽象结构表达
  - 轮廓(Contour)
  - 轮廓树。通常通过合并不同方向扫描值域产生的连接树(Join Tree)和分裂树(Split Tree)，连接树和分裂树统称为合并树(Merge Tree)
- 开源的拓扑工具集(Topology Toolkit)[Tierny2018]是科学可视化标量场数据的拓扑分析工具
  - 提供了有效且统一的拓扑结构表示和简化，包括临界点(Critical Point)、积分线(Integral Line)、持久性图(Persistence Diagram)、合并树(Merge Tree)、轮廓树、MorseSmale Complexes、Fiber Surface等
  - 支持ParaView、基于VTK界面和命令行等多种终端，同时提供了Python和C++等语言支持



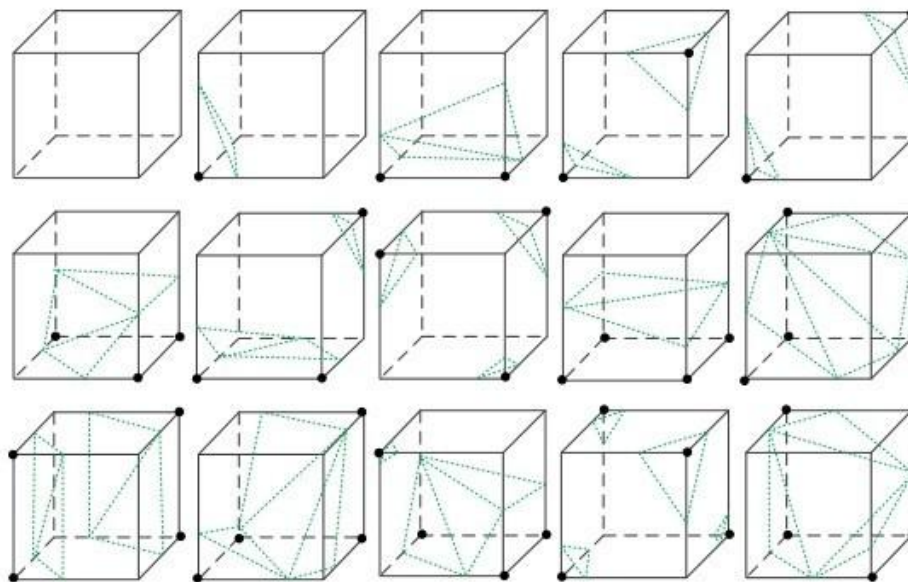
# 间接体绘制

- 间接体绘制，利用等值面提取获得几何表面信息，并采用传统的曲面绘制技术
  - 关键：等值面提取，从三维标量场中抽取满足给定阈值条件的网格曲面，Isosurface
- 移动立方体法(Marching Cubes)[Lorensen1987]
  - 逐一遍历三维规则标量场的最小单位体素(立方体)，生成满足给定阈值条件的三角面片
  - 处理每个体素时，比较8个顶点的值与给定阈值的大小，判断该立方体内部是否包含等值面

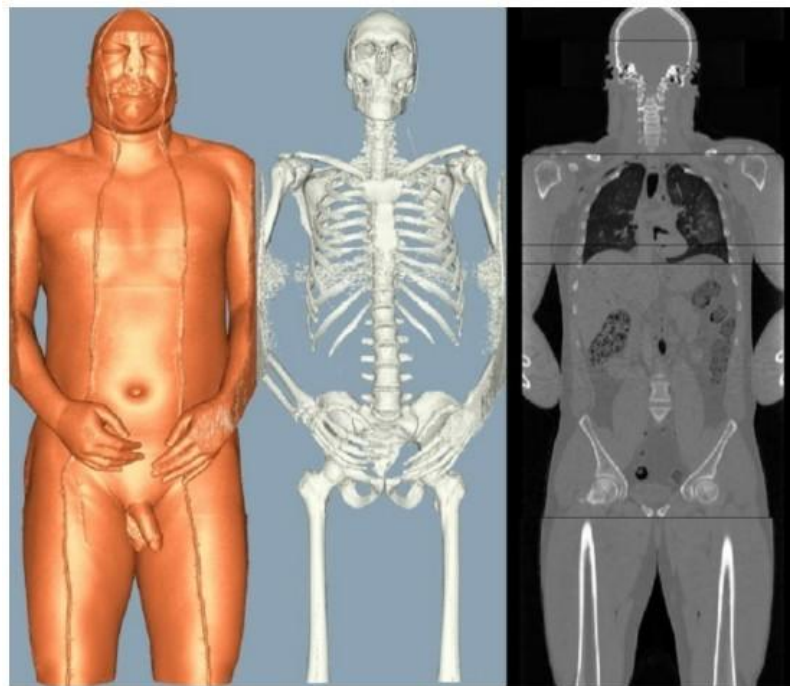


# Marching Cubes

## ➤ 15种等价情况

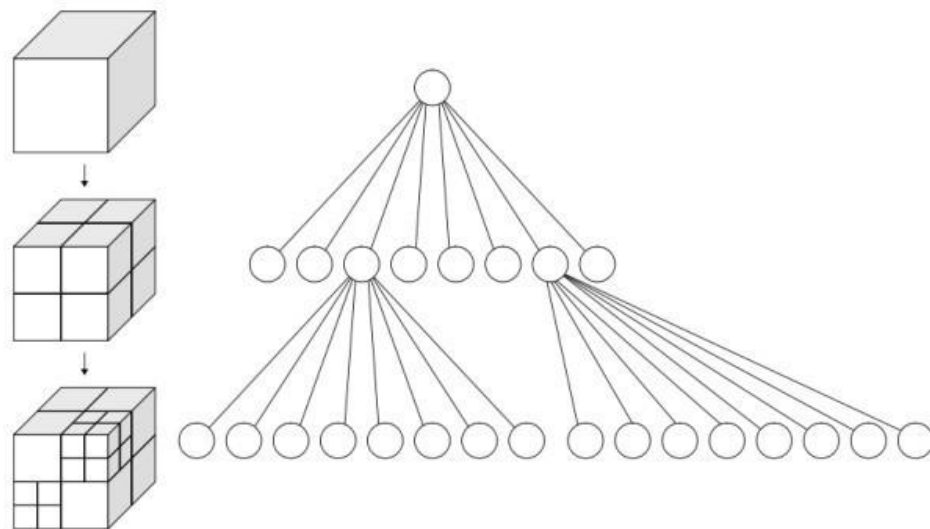


# 移动立方体法生成结果



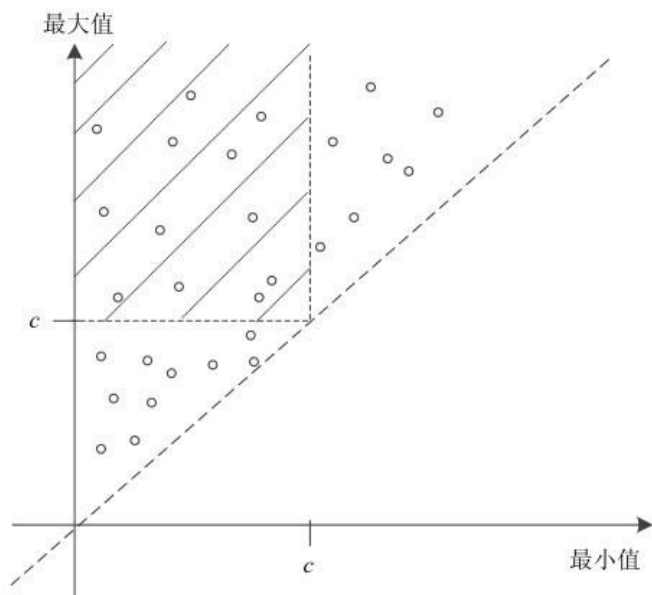
# 几何空间法

- 几何空间法采用显式的几何计算快速判断体素是否与等值面相交，常用于规则体数据
  - 如，八叉树(Octree)构建三维层次结构，去除与等值面不相交的体素



# 值域空间法

- 值域空间法可快速获得与等值面相交的体素，适用于规则与不规则体数据



# 图像空间法

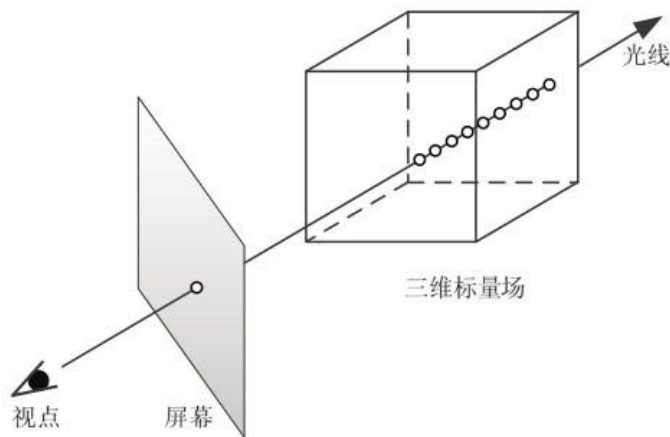
- 图像空间法：减少不可见等值面的搜索、提取和绘制时间。视点依赖的等值面提取算法 [Livnat1998]仅构建当前视点可见的等值面，有层次地从前往后遍历体素，忽略不可见的体素
  - 在绘制等值面三角网格时，很多三角形在屏幕空间上的投影范围小于一个像素范围，特别是从大规模三维标量场中提取的上百万个三角形

# 规则三维标量场的直接体可视化

- 直接计算三维空间采样点对结果图像的贡献，揭示三维标量场的内部结构，因此也称为直接体绘制(Direct Volume Rendering, DVR)
  - 直接体绘制的优点：能够一次性展现三维标量场数据的整体信息和内部结构，提供对数据场的全局预览

# 基本原理与光学模型

- 基于光线投射的直接体绘制方法(Ray Casting)是三维标量场可视化的主流方法之一
- 体绘制积分的数学形式是一个连续积分公式，在实现时转化为离散采样模式，通过数值黎曼和来近似

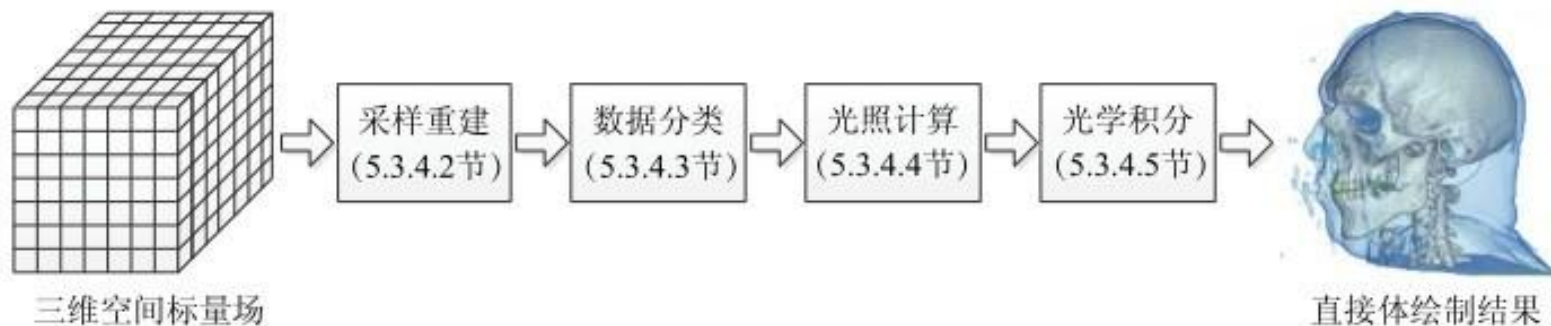


# 光学模型

- [Max1995]建立了与所在体素的标量值相关的五类光线模型
- 吸收光学模型(Absorption Only)
  - 体素不发射和散射光，仅吸收所有的入射光
- 发射光学模型(Emission Only)
  - 体素仅发射光，但不吸收任何入射光
- 发射-吸收光学模型(Absorption Plus Emission)。
  - 体素不仅自身发射光，而且还吸收入射光，但不产生光的散射效果
- 散射光照阴影光学模型(Scattering and Shading/Shadowing)
  - 体素和外部光源的全局光照模型，三维标量场之外的光源对体素产生光照效果，前面体素可能吸收或遮挡外部光，从而对后面体素产生阴影效果
- 多次散射光学模型(Multiple Scattering)
  - 考虑光在不同体素之间的多次散射过程

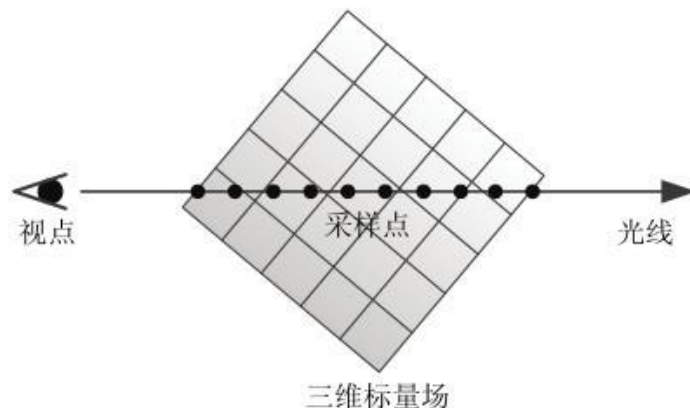
# 发射-吸收光学模型

- 发射-吸收光学模型，最为广泛采用的光学模型，允许用户交互定义每个采样点发射的光学属性(颜色)，以及不同采样点处的不透明度
  - 等价于采用颜色和不透明度这两类视觉通道属性对标量场进行标记和分类
  - 如何设计体素标量值到光学属性(颜色、不透明度)的映射是直接体绘制中的重要步骤，通常称为体数据分类(Volume Classification)，主要通过传输函数(Transfer Function)实现
- 直接体绘制流程



# 采样重建

- 绘制时，需重构采样点在原始三维空间连续标量场中的数据值
  - 最常用，三线性插值
  - 高阶插值方法，提高数据采样的重构准确性，但计算代价更高
- 采样间隔对数据重构及绘制结果有重要影响
  - 采样率至少是离散数据场中最高频率的2倍
- 自适应采样(Adaptive Sampling)
  - 在相对均匀区域加大采样间隔
  - 包含细节和高频区域采用较高的采样率
  - 在保证绘制质量的同时提高直接体绘制效率



# 体数据分类

- 体数据分类：将采样后的标量值标记为不同类别，并映射为可区分的光学属性
  - 分析和提取三维标量场中的特征信息，建立这些特征信息与光学属性之间的映射关系，以区分感兴趣的特征和背景信息。在直接体绘制中，称为传输函数设计
- 传输函数(Transfer Function)，一组定义了数据值及其相关属性与颜色、不透明度等视觉元素之间的映射关系的函数
  - 不透明度决定了显示哪些特征，重要特征设置较大的不透明度，背景信息设置较小的不透明度
  - 颜色定义了如何显示这些特征，不同的特征赋予不同的颜色，在视觉上直观地区分这些特征

# 传输函数设计

➤ 传输函数的数学表达:  $T: x \rightarrow \{c, \alpha, \dots\}, x \in \mathbb{R}^n$

➤ 其中, 传输函数的值域为颜色  $c$ 、不透明度  $\alpha$ 、光照系数、纹理等视觉元素上

➤ 传输函数设计通常包含两个方面:

➤ 映射规则设计(即体数据分类方法, Volume Classification)

➤ 一般提供交互界面支持用户对感兴趣的区域进行选取

➤ 光学属性设计

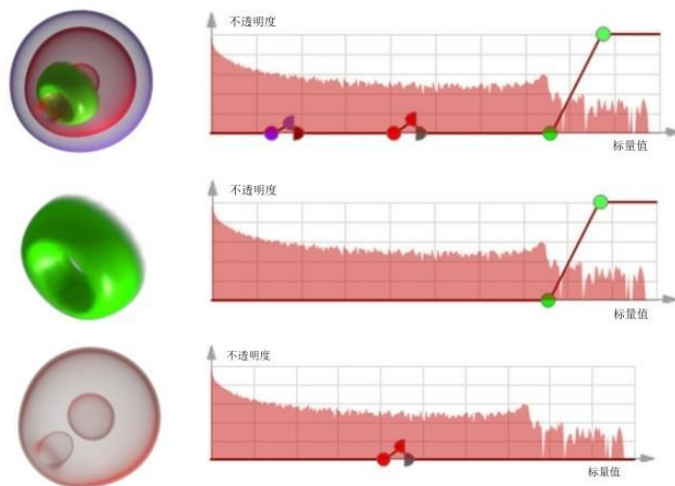
➤ 允许用户控制不透明度和颜色, 改变感兴趣区域在体绘制结果中的呈现方式(突出显示或隐藏、颜色标注)

# 传输函数设计

- 最常用的传输函数，基于标量值的一维传输函数，其定义域是三维标量场的标量值，值域是颜色和不透明度
- 可以将边界作为一种特殊的属性指导数据分类过程
  - 生成基于标量值和梯度模的二维统计直方图，并将直方图上的每个像素(即一对标量值和梯度模)对应的体素作为三维标量场分类的基本操作单元，这种方法称为二维传输函数设计 [1]，其值域是可交互操纵的、定义在二维统计直方图上的颜色和不透明度
- 定义域变量个数超过2个的传输函数称为多维传输函数
- 传输函数设计是三维标量场数据可视化的核心问题。在设计机制上：
  - 以图像为中心的传输函数设计方法
  - 以数据为中心的传输函数设计方法
- 研究人员提出了一些具有智能分析功能和直观交互界面的传输函数设计新方法

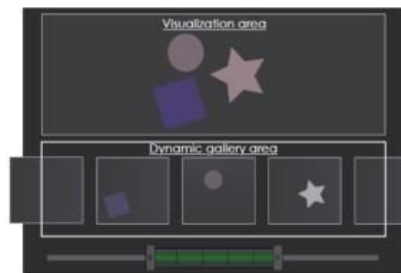
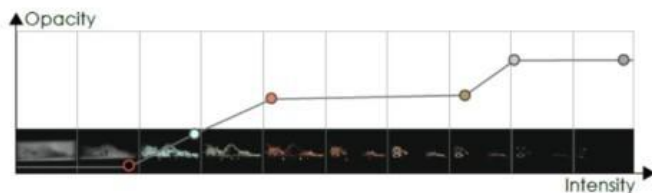
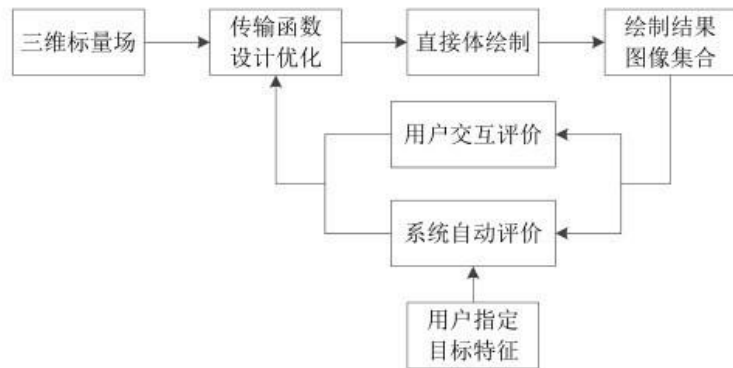
# 一维传输函数

- 一维传输函数基于三维标量场的数据统计信息，定义了将标量值映射为颜色和不透明度的函数映射
  - 本质上，一维传输函数体现了数据可视化的视觉编码的思想
  - 一维传输函数使用简单、方便，允许用户反复尝试
  - 由于相邻特征的边界存在标量值渐变区域，不同空间位置上的特征可能具有相同的标量值，简单的一维传输函数无法分辨这些特征，也无法准确地识别这些边界区域，不能满足特定分类需求



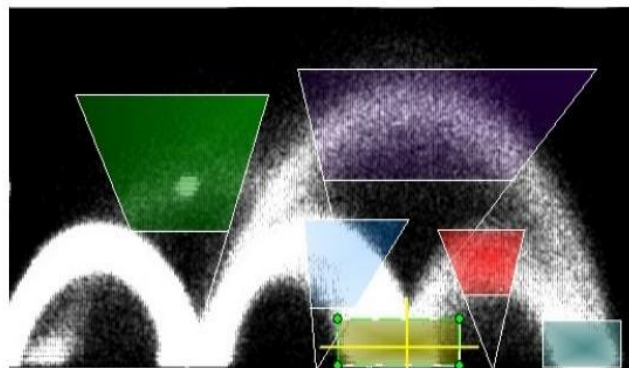
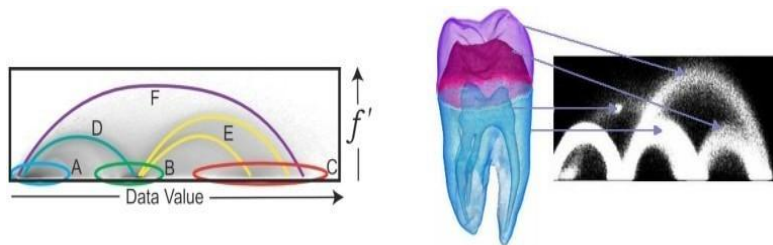
# 以图像为中心的传输函数设计

- 对直接体绘制结果图像进行交互选择等操作，自动优化传输函数以满足用户的需求
  - 隐藏了复杂的设计界面，避免了用户的直接操作，简化传输函数设计过程
  - 需根据初始的传输函数集合绘制大量的结果图像，时间及空间的复杂度较高，不能满足交互
  - 缺少灵活性。传输函数的优化结果受初始限制，用户难以对传输函数进行微调等操作
  - 其高计算复杂度，大多适用于与数据标量值有关的一维传输函数设计，较难扩展到多维传输函数设计

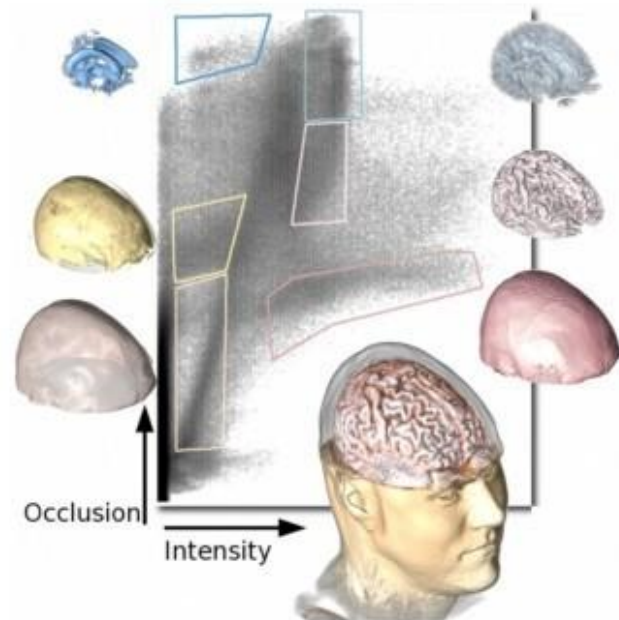
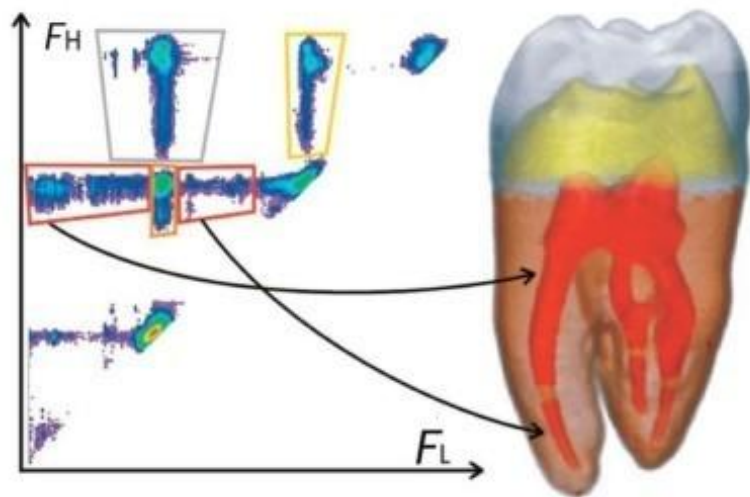


# 以数据为中心的传输函数设计

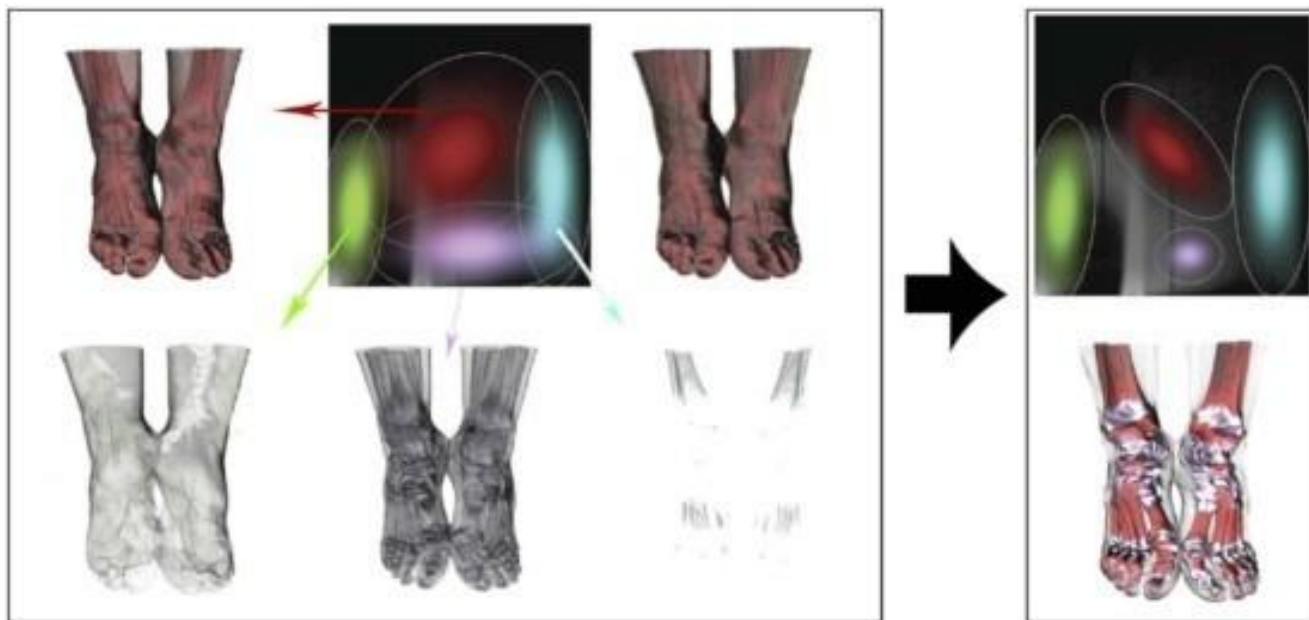
- 以数据为中心的传输函数设计，拓展传输函数的定义域，引入了其他数据特征属性
  - 梯度模 [Kindlmann1998][Kniss2002]、曲率 [Kindlmann2003]、纹理 [Caban2008]、尺度 [Correa2008]、形状 [Praßni2010]和可见性 [Correa2011a]等
  - 能够帮助用户分析与提取三维标量场中的全局、局部或光照特征，提高数据分类的效率 and 有效性
    - 梯度刻画了体素邻域数据的变化情况，可用于分析和提取三维标量场的边界特征
    - 三维标量场的其他几何属性也可以帮助用户更准确和直观地对特征进行分类
    - 三维标量场的统计属性也可以用于数据分类，特别是具有相似标量值但不同统计属性的特征



# 沿梯度方向的采样点信息、其他几何属性

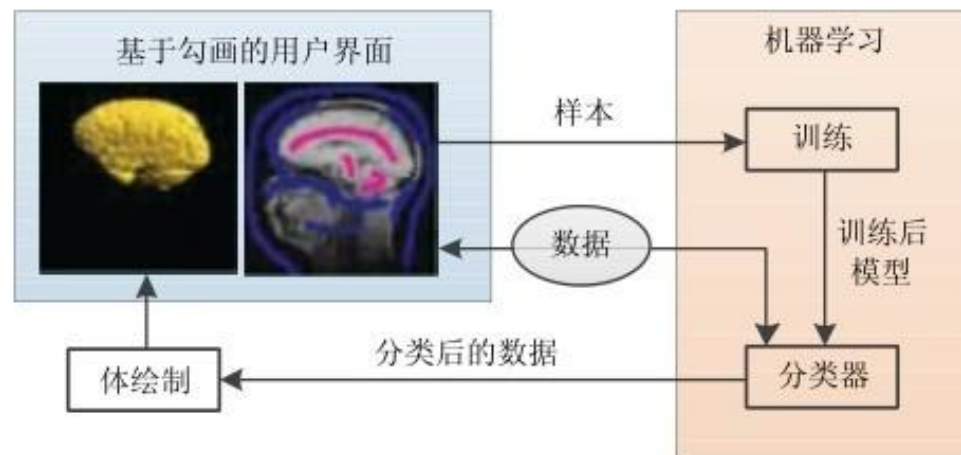


# 基于高斯混合模型

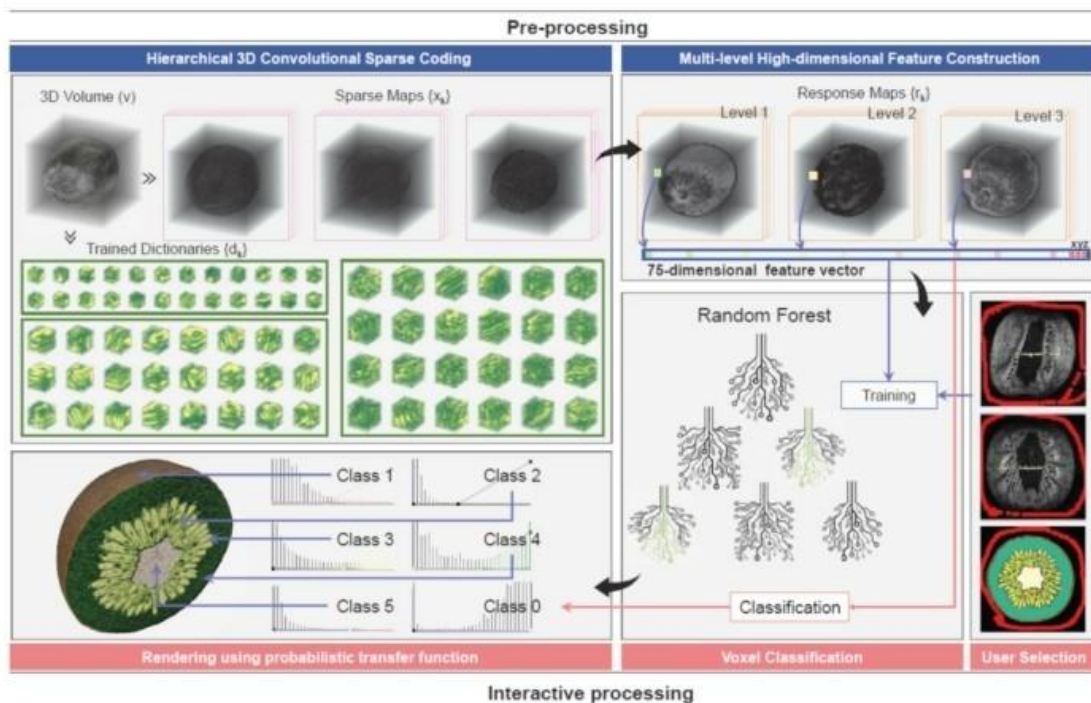


# 混合图像和数据的智能数据分类

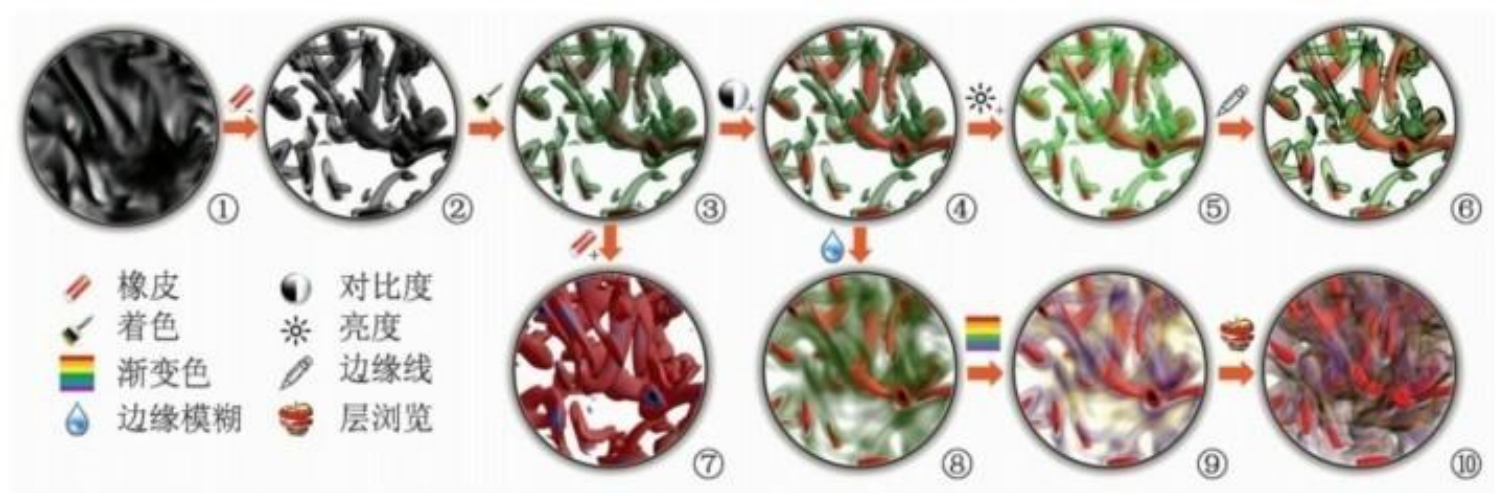
- 智能数据分类结合基于图像和数据的传输函数设计方法的优点
  - 让用户在直观的图像空间中选择感兴趣的区域，系统自动分析用户交互区域对应的数据，动态调整数据分类或传输函数，更新绘制结果图像，让用户迭代地实现数据分类
  - 智能数据分类，可以利用高维分类空间对数据进行更准确的分类，二维图像空间上直观的用户交互方式
- Tzeng等人提出了基于机器学习的数据分类方法



- Soundararajan和Schultz系统地比较了五类监督分类方法，包含高斯朴素贝叶斯、K最近邻、支持向量机、神经网络和随机森林，分析了在基于数据切片勾画的数据分类上的概率分类、多材质支持、交互性能、鲁棒性和参数可调整性



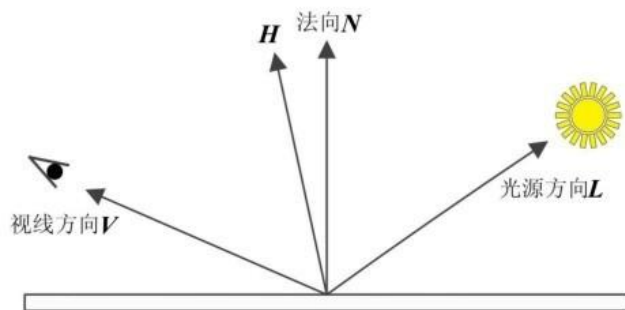
- Guo等人提出了一个具有实时反馈的所见即所得(WYSIWYG)的三维标量场可视化系统



# 光照计算

- 采用不同的颜色渲染不同的区域或特征，每个采样点处发射对应于它所属类别的颜色的光
  - 光照计算通常仅改变采样点的颜色，而不影响采样点的不透明度
- 局部光照模型模拟光从特征表面反射的情况。常用的光照模型是Blinn-Phong模型
  - 假设在采样点光照强度由环境光、漫反射和镜面反射组成
  - 环境光，物体周围环境对光的反射，可近似认为环境光固定不变
  - 漫反射，入射光在粗糙物体表面向周围方向均匀发射
  - 镜面反射，入射光在某个方向区间的反射强度最高
- 全局光照模型不仅考虑外部光源与采样点之间的光照效果，还考虑三维标量场体素之间相互作用的光照效果，有利于对特征之间空间结构关系的理解

## ➤ 局部光照模型



# 体绘制积分公式(光学积分公式)

在给定视点和投影方式下，三维标量场的体可视化结果的每个像素对应空间中的一根光线，其光学属性是光线上所有采样点的光学贡献的累积

计算单根光线的累积光学属性的过程，称为体绘制积分(Volume Rendering Integral)

假设 $t$ 为光线上的点到视点的距离，光线参数化表示为 $x(t)$ 。

对于给定 $t$ ,  $x(t)$ 表示光线上与视点距离为 $t$ 的三维位置,  $s(x(t))$ 表示三维标量场在位置 $x(t)$ 上的标量值。

三维标量场在位置 $x(t)$ 上发射能量为 $c(s(x(t)))$ , 简化表示为 $c(t)$

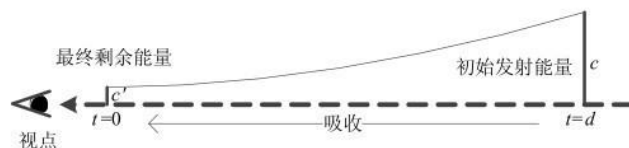
位置 $x(t)$ 上的吸收系数(Absorption Coefficients)为 $k(s(x(t)))$ , 简化表示为 $k(t)$ 。

距离为 $d$ 的体素向视点发射能量 $c$ , 经中间三维标量场被连续吸收, 最终到达视点的能量仅为初始能量的一部分。吸收系数 $k(t)$ , 最终剩余能量可以通过沿光线积分吸收系数得到:  $c' = c \cdot e^{-\int k(\hat{t}) \hat{t}}$ 。记

$\tau(d_1, d_2) = \int_{d_1}^{d_2} k(\hat{t}) d\hat{t}$ , 称为光学深度(Optical Depth)

视点从光线上接收到的总能量 $C$ 是光线上所有点的光学属性的积分，体绘制积分公式(光学积分公式)

$$C = \int_0^{\infty} c(t) \cdot e^{-\tau(0,t)} dt。$$



# 体绘制合成算法

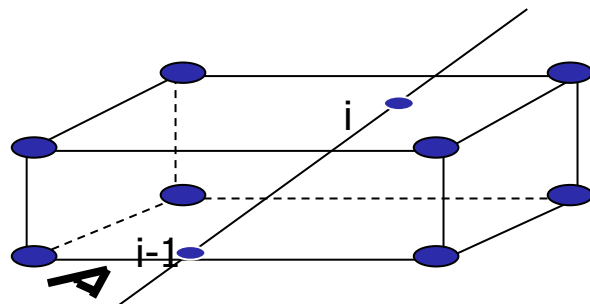
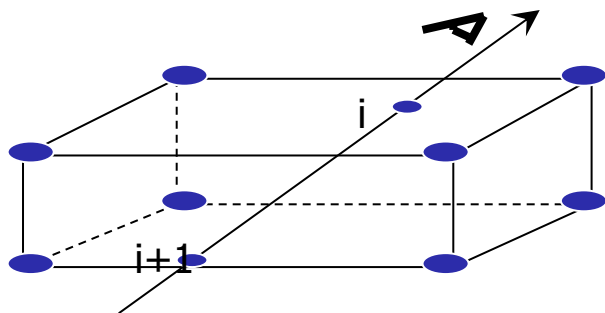
## ➤ 从后向前的积分

➤ 优点：计算比从前向后的方法简单直接，不用存储累积的 $\alpha$ 值

## ➤ 从前向后的积分

➤ 可利用早期光线终止算法。因其速度快，应用广泛

➤ 当 $\alpha$ 接近于1时，后面的体元不会再对该像素点有所贡献，可直接终止，省去不必要的计算



# 光线投射算法伪代码

```

Procedure TraceRay(R)
Begin
     $\hat{C}(R)=0$ ;    $\alpha(R)=0$ ;
     $x1=First(R)$ ; //在对象空间中光线进入的位置
     $x2=Last(R)$ ; //在对象空间中光离开的位置
     $u1=Image(x1)$ ; //转换到图像空间的位置
     $u2=Image(x2)$ ;
    For  $S=u1$  to  $u2$  Do
         $Sx=Object(S)$  // 转换到对象空间的位置
        if((  $\alpha > 0.0$ ) AND ( $\alpha < 1.0$ )) Then
             $C(Sx) = \text{采样点处颜色}$    ( $c \bullet \alpha$ )
             $C(R) = C(R) + C(Sx)(1 - \alpha(R))$ 
             $\alpha(R) = \alpha(R) + \alpha(Sx)(1 - \alpha(R))$ 
        endif
    End for
End TraceRay
  
```

# 光线投射法

体绘制积分公式的离散求解过程可直接应用于光线投射法

吸收系数 $\tau(0, t)$ 积分采用黎曼和对其进行离散逼近: $\tau(0, t) \approx \tilde{\tau}(0, t) = \sum_{i=0}^n k(i \cdot \Delta t) \Delta t$ 。

其中,  $\Delta t$ 表示光线上的采样间隔, 光线上 $[0, t]$ 对应的线段被离散化为段  $n = \left\lfloor \frac{t}{\Delta t} \right\rfloor$ 。

指数项上的累加可以转换为指数的累乘:  $e^{-\tilde{\tau}(0, t)} = \prod_{i=0}^n e^{-k(i \cdot \Delta t) \Delta t}$

定义第  $i$  个采样点(或第  $i$  段线段)的不透明度为  $A_i = 1 - e^{-k(i \cdot \Delta t) \Delta t}$ , 此式可进一步简化为

$$e^{-F(0, t)} = \prod_{i=0}^n (1 - A_i)$$

第  $i$  个采样点的颜色定义为  $C_i = c(i \cdot \Delta t) \Delta t$ 。体绘制积分公式可以离散近似表达为

$$C = \sum_{i=0}^n C_i \prod_{j=0}^{i-1} (1 - A_j)$$

离散的体绘制积分公式可以通过从前往后或从后往前迭代地合成光线上所有采样点的颜色和不透明度来求解, 这一过程也被称为Alpha Blending。从前往后  $i$  从1到  $n$  迭代合成公式为

$$A'_i = A'_{i-1} + (1 - A'_{i-1})A_i, A'_i = A'_{i-1} + (1 - A'_{i-1})A_i$$

其中,  $C'_{i+1}$  和  $A'_{i+1}$  是第  $i$  个采样点之前颜色和不透明度的累加值, 即从第1个采样点到第  $i + 1$  个采样点的颜色和不透明度合成结果, 初始的  $A'_i$  和  $A'_i$  为0, 迭代到第  $n$  个采样点时,  $A'_i$  为体绘制积分最终合成结果, 即光线对应像素的颜色值。

# 从前往后合成

- 从前往后合成，可以利用绘制加速技术——提前终止光线(Early Ray Termination)
  - 当累加的不透明度接近于1时，由合成公式可知，后续采样点的光学贡献基本可以忽略不计，因此可以终止采样和体绘制积分过程，这样可以提高直接体绘制的效率
- 从后往前合成不需要记录累加的不透明度，但无法利用提前终止光线加速技术

# 采样点处的光学属性

- 采样点处的光学属性来源于传输函数设计。其中的主要操作，数据分类可在光学积分之前或之后进行，导致出现预分类(Pre-classification)和后分类(Post-classification)两种模式
  - 预分类，先将三维标量场的体素通过传输函数映射为三维RGBA数据，再累积采样点的颜色 $C_i$ 和不透明度 $A_i$ ，即先分类后插值
  - 后分类，在绘制过程中，先在三维标量场插值得到采样点的标量值及相关属性，再通过这些插值得到的属性在传输函数查找表中插值得到采样点的颜色 $C_i$ 和不透明度 $A_i$ ，即先插值后分类
- 预积分分类(Pre-integrated Classification)将数值积分分解为三维标量场和传输函数两部分的积分，是解决传输函数存在高频信息的有效方法，提高了直接体绘制的绘制质量



(a)



(b)



(c)

# 预积分分类

第 $i$ 段的起点标量值 $s_f = s(x(id))$ ,

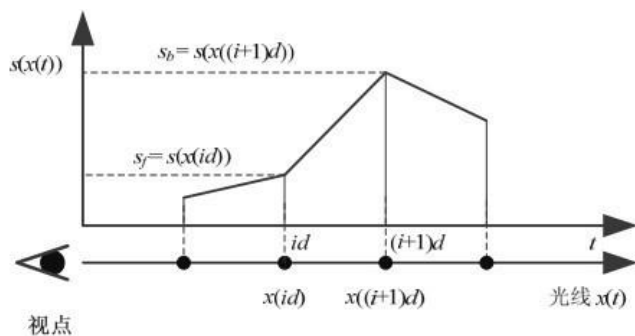
终点标量值 $s_b = s(x((i+1)d))$ , 线段长度 $\Delta t = d$ 。在相邻采样点之间的标量值是线性变化的假设下,

第 $i$ 段的不透明度可以近似为:

$$A_i = 1 - \exp\left(-\int_{id}^{(i+1)d} \tau(s(x(\lambda)))d\lambda\right) \approx 1 - \exp\left(-\int_0^1 \tau((1-\omega)s_f + \omega s_b)dd\omega\right)$$

第 $i$ 段的不透明度加权的颜色可以近似为:

$$C_i = \int_0^1 c((1-\omega)s_f + \omega s_b) \times \exp\left(-\int_0^\omega \tau((1-\omega')s_f + \omega's_b)dd\omega'\right)dd\omega$$



# 预积分分类

第  $i$  段的不透明度只与线段端点的标量值  $s_f$  和  $s_b$ , 以及 线段长度  $d$  有关, 而与具体的光线和线段无关。因此, 可针对某种采样间隔, 遍历所有标量值  $s_f$  和  $s_b$  的取值范围, 预先计算生成一张预积分表。预积分表只与传输函数有关, 合成了传输函数中的高频信息, 而与三维标量场无关

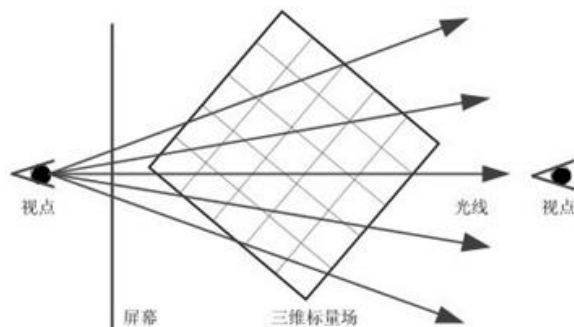
预积分分类假设相邻采样点之间的标量值线性变化(一阶关系)。二阶预积分分类技术 [Hajjar2008]假设采样点之间的数据值的分布是二次型函数

预积分分类的缺点是: 如果传输函数改变, 需要重新生成预积分表。同时, 预积分分类通常只用于一维传输函数, 在采样间隔固定时, 预积分得到一张二维预积分表; 而对于高维传输函数, 内存需求和计算复杂度使得预积分分类技术难以直接扩展到高维传输函数

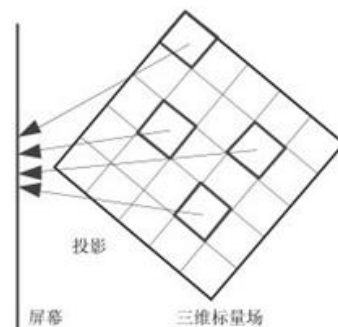
# 体绘制流程

## ➤ 可以分为图像空间扫描法和物体空间投影法两大类

- 图像空间扫描法，遍历屏幕图像上的每个像素，从视点发射通过该像素的光线，在光线所经过的三维标量场上进行采样，并通过传输函数获得采样点的颜色和不透明度，按照体绘制积分公式合成所有采样点的贡献，作为该像素的颜色，最终获得绘制结果图像。如光线投射法
- 物体空间投影法，按深度顺序遍历三维标量场的每个体素，沿视线方向计算体素在屏幕图像上的影响范围，按照体绘制积分公式与像素当前的颜色和不透明度进行合成，最终获得绘制结果图像。如纹理切片法、滚雪球法(Splatting)、错切变形法(Shear-warp)

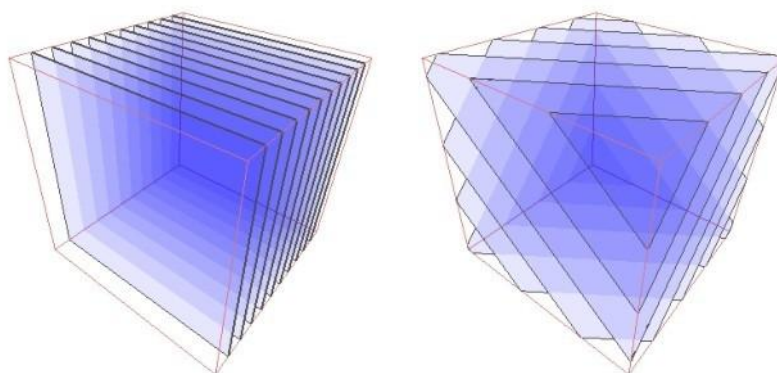


图像空间扫描法

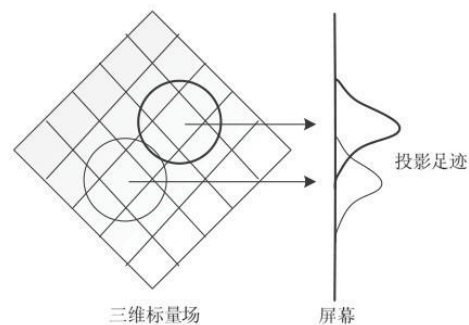


物体空间投影法

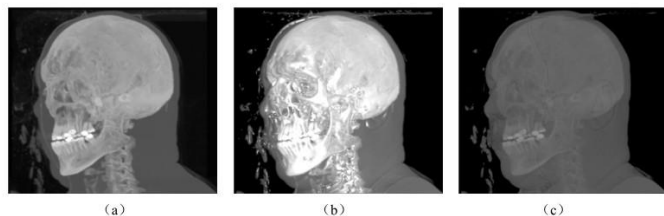
- 光线投射法 [Levoy1988]属于图像空间扫描法，是体绘制积分公式最直接的数值算法实现
  - 基于图形硬件的光线投射法 [Ropinski2008b]具有较高的绘制质量和效率，为当前最为常用的直接体绘制技术
- 纹理切片法 [Engel2004]是早期最常用的方法
  - 纹理切片法可分为二维纹理切片法和三维纹理切片法两类
  - 三维纹理切片法的代理几何通常是与视线垂直的不规则多边形，即视平面对齐的切片(View-aligned Slices)



- 滚雪球法，将体素看作空间核函数(Voxel Kernel)投影到屏幕图像，并将体素发射的能量扩散至投影中心周围的像素上，仿佛雪球落在地面上，形成体素投影足迹(Screen Footprints)
- 最大密度投影法(Maximum Intensity Project), 直接体绘制的一种变体，将每根光线在遍历三维数据场中计算的最大数据值作为像素的颜色

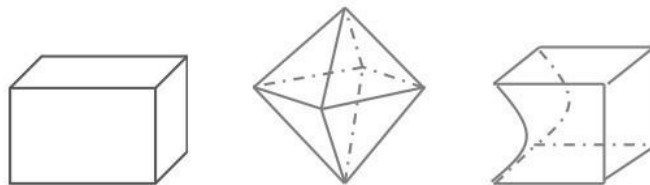


| 绘制方法    | 绘制流程                                      | 特 点                                       |
|---------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 光线投射法   | 从视点出发对每一像素投射光线，与三维标量场相交采样，合成沿光线上采样点的光学属性  | 体绘制积分的直接实现，简单、高效、灵活，绘制质量较高，是当前主流的直接体绘制算法  |
| 二维纹理切片法 | 将轴对齐的二维纹理切片按深度顺序投影到屏幕空间，依次合成每张切片的光学属性     | 体绘制积分的近似实现，简单、高效，绘制质量一般，适合低端显卡和移动设备       |
| 三维纹理切片法 | 将与视平面对齐的多边形纹理切片按深度顺序投影到屏幕空间，依次合成每张切片的光学属性 | 体绘制积分的近似实现，简单、高效、较灵活，绘制质量较高，适合低端显卡        |
| 滚雪球法    | 将体素按深度顺序投影到屏幕空间，计算每个体素的投影足迹，依次合成每个体素的光学属性 | 体绘制积分近似实现，简单、高效、较灵活，绘制质量较高，适合结构较为稀疏的三维标量场 |



# 不规则体数据的体可视化

- 网络结构具有多种类型：笛卡尔网格(各向同性均匀网格)、各向异性均匀网格、矩形网格、曲线网格和不规则网格。4种不规则标量数据场的可视化方法
  - 规则化方法先将不规则数据场转换为规则或半规则数据场，再应用规则体数据场可视化方法。此方法简单、高效，缺点是数据场的转换和重采样将损失精度
  - 光线投射法的实现与规则数据场的光线投射法类似，原理简单。由于需要存储邻接关系等额外信息，增加了存储压力，并且大量的求交运算对绘制效率有一定的影响
  - 投影法按照顺序依次将数据单元投影到成像平面上，累积每个数据单元的光学贡献。此方法利于存储和并行，但是数据单元的排序效率对绘制效率的影响较大
  - 粒子法将数据单元的集合看成一组具有发射和吸收属性的粒子，将粒子依次投影到成像平面上，累积其光学贡献。这类方法本质上是一种基于点的模拟方法，绘制质量较低。在处理大规模粒子数据场时，甚至可假定单个粒子是不透明的，整体的不透明度等信息由粒子密度决定，避免了耗时的排序操作，效率较高



## 附录

# 数据拓扑 - 结构化网格

## ➤ 笛卡尔方式

➤  $X_{i+1,j} = X_{i,j} + \Delta$

## ➤ 规格化/统一(Regular/Uniform)

➤  $X_{i+1,j} = X_{i,j} + \Delta$

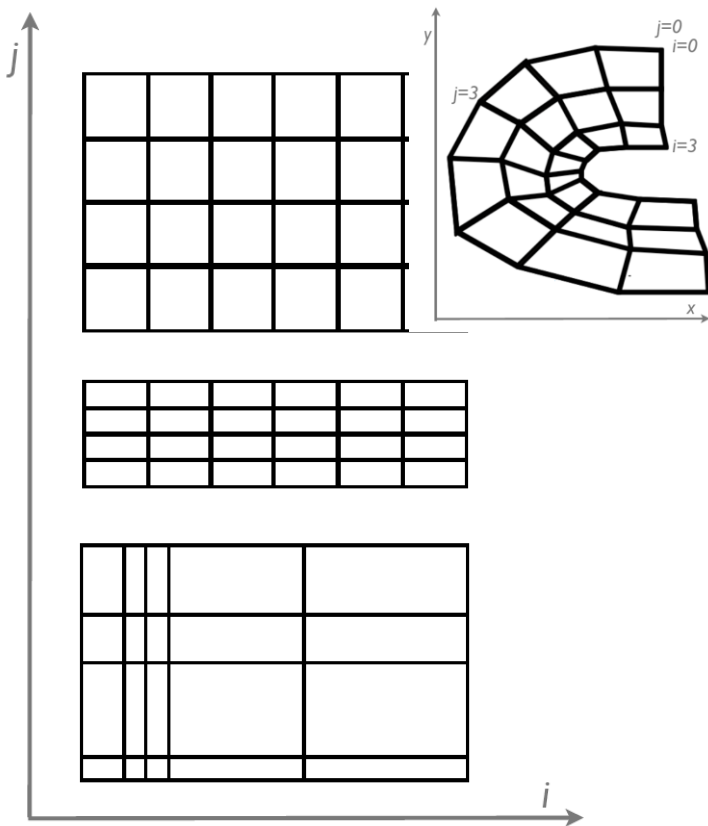
## ➤ 线性方式(Rectilinear)

➤  $X_{i+1,j} = X_{i,j} + \Delta i(X_{i,j})$

## ➤ 曲线方式

➤  $X_{i+1,j} = X(i, j)$

➤  $Y_{j+1} = Y(i, j)$



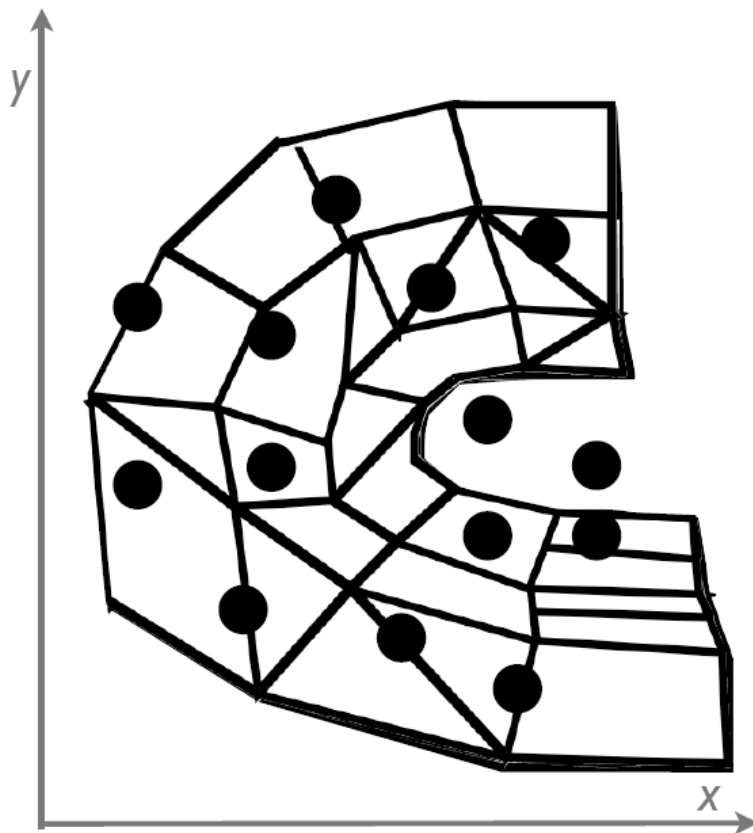
# 数据拓扑 – 非结构化

## ➤ 非结构化网格

- 有限元素
- 四面体
- 六面体
- 其他

## ➤ 非结构化点

- 材料点方法
- 平滑粒子流体力学



# 数据拓扑 – 卷积

- 数据存储于离散的位置
- 介乎中间的位置发生了什么？
- 许多类型的核函数(kernel)
- 沿着每个坐标轴重建
- 对于非组织的数据更复杂

